

MATEMATYCZNE PODSTAWY TWORZENIA REPREZENTACJI
POZNAWCZYCH

[na przykładzie działania układu wzrokowego].

W opracowaniu niniejszym zajmuję się jedynie reprezentacjami obiektów – i to reprezentacjami czysto zmysłowymi - a pomijam kwestię ustalania lokalizacji przestrzennej obiektów. Mówiąc o reprezentacjach poznawczych, mam zatem na myśli reprezentacje w sensie kognitywnym (czysto zmysłowym), a nie epistemicznym. „Kognitywny” zakłada jedynie informację o czymś, natomiast „epistemiczny” oznacza wiedzę o czymś skategoryzowanym *przedmiotowo*, co wymaga już określonej interpretacji samej reprezentacji. Reprezentacji nie należy zatem utożsamiać z *przedstawieniem* (sposzczeniem, wyobrażeniem, pojęciem). Reprezentacje w tym znaczeniu nie są nigdy jako takie uświadamiane. Są to pewne struktury informacyjne superwenujące na sygnałach generowanych i przetwarzanych przez mózg¹.

Głównym zadaniem mojego opracowania będzie przedstawienie kilku hipotez dotyczących tego, co ukrywa się za kluczowym dla tzw. „obliczeniowej” teorii umysłu terminem *komputacja* - zaproponowanie empirycznie wiarygodnej, matematycznej konceptualizacji operacji formalnych dokonujących się w mózgu. Wykorzystam w tym celu narzędzia pojęciowe wypracowane na gruncie teorii sygnałów.

Sama teoria sygnałów nie zajmuje się ani fizyczną stroną odpowiednich układów, ani treścią informacji przesyłanych przez sygnały, gdyż jako ogólna teoria sygnałów dotyczy wszystkich możliwych sygnałów i układów, przedstawia natomiast modele matematyczne opisujące procesy przesyłania i przetwarzania sygnałów². Dla naszych celów należy zatem z jednej strony skonkretyzować tę teorię przez uwzględnienie warunków anatomiczno-fizjologicznych związanych z centralnym układem nerwowym, z drugiej zaś przedstawić pewną treściowo zorientowaną koncepcję informacji.

*

Na mózg należy patrzeć nie tylko jako na fizyczny (substancjalny, czasoprzestrzenny) konkret – którym oczywiście także jest - lecz również jako na pewien abstrakcyjny układ informacyjny, dokonujący pewnych operacji o charakterze formalnym, quasi- czy para-matematycznym. Jest on taki a nie inny, ma taką a nie inną strukturę, organizację połączeń pomiędzy poszczególnymi ośrodkami etc, aby był w

¹ Fakt, iż stany mentalne (np. reprezentacje poznawcze) superwenują na stanach fizycznych mózgu związany jest z tym, że architektura i fizjologia mózgu wyewoluowała do dzisiejszej postaci dlatego właśnie, że z istoty swej mózg ma realizować operacje kognitywne. Mamy tu więc do czynienia z przypadkiem „downward causation”, jako że to względy kognitywne ukształtowały sam mózg.

² "Podstawowemu pojęciu teorii sygnałów, pojęciu sygnału, przyporządkowuje się odpowiednie modele matematyczne... modele te powinny być zgodne z intuicyjnym odczuciem pojęcia sygnału... powinny być możliwie ogólne, tak aby opisywały dostatecznie szeroką klasę sygnałów fizycznych (tj. powinny abstrahować od natury fizycznej sygnału)... powinny zapewniać łatwość analizy matematycznej problemów generacji, przetwarzania i przesyłania sygnałów" (J. Szabat: *Podstawy teorii sygnałów*, Wyd. Komunikacji i Łączności, Warszawa 2000, s.19). Modelami takimi mogą być np. rzeczywiste lub zespolone funkcje czasu (ew. czasu i współrzędnych przestrzennych) - jak np. funkcje sinusoidalne, wykładnicze, gaussowskie, dystrybucje, itp. - bądź rzeczywista lub zespolona zmienna losowa.

stanie dokonywać określonych abstrakcyjnych operacji typu matematycznego³. Konsekwentnie, neurofizjologia jako nauka o procesach neurofizjologicznych winna być zorientowana i pojmowana nie fizjologicznie, lecz kognitywistycznie, tj. w kategoriach informacyjnych. Ściślej, w kategoriach teorii sygnałów, traktowanych jako nośniki informacji⁴.

Nie chodzi zatem o to, aby jakieś działy matematyki *zastosować* do opisu funkcjonowania mózgu – tak jak np. można zastosować rachunek różniczkowy do opisu ruchu planet, a teorię przestrzeni Hilberta do opisu zachowania mikroobiektów - lecz o to, jaki rodzaj matematyki uprawia sam mózg. Oczywiście, trzeba to brać *cum grano salis*, nie utożsamiając owej „matematyki cerebralnej” z matematyką sensu stricto. Ta druga może odnosić się do funkcjonowania mózgu jedynie w trybie idealizacji, bo jej wyjściowe założenia nie są w nim nigdy ściśle spełnione. Mózg jako „matematyk cerebralny” może jedynie – zarówno z uwagi na to, że mamy w nim do czynienia ze skończoną ilością dyskretnych elementów, jak i dlatego, że przetwarzanie sygnałów w mózgu jest procesem o charakterze nie deterministycznym, lecz stochastycznym - uzyskiwać obliczenia i rozwiązania przybliżone (aproksymacje), których poziom dokładności jest dostosowany do wymogów praktyczno-życiowych i jest w związku z tym różny u różnych gatunków.

Kilka słów w tej ostatniej sprawie W teorii sygnałów rozróżnia się sygnały deterministyczne i przypadkowe (losowe, stochastyczne)⁵. Powstaje zatem pytanie, czy sygnały generowane i przetwarzane w układzie nerwowym można traktować jako deterministyczne. Odpowiedź jest niejednoznaczna, zależy od tego co chcemy przez to rozumieć - podporządkowane pewnemu prawu? powtarzalne? dające się przewidzieć⁶?

Przetwarzanie i transmitowanie sygnałów ma w tym sensie charakter deterministyczny, że identycznym pobudzeniem jakiejś powierzchni receptorowej odpowiadają identyczne (statystycznie) rozkłady pobudzeń neuronów odpowiedniego układu sensorycznego (powtarzalność). Z uwagi na rozkłady połączeń synaptycznych jest to jednak determinizm o charakterze statystycznym. Każdy neuron posiada średnio kilka tysięcy synaps – tj. jest zarówno zasilany przez, jak i sam zasila tysiące innych -

³ Mówiąc o operacjach typu matematycznego, odróżniam je od innych operacji formalnych, mianowicie *logicznych*. Generalnie, w mojej propozycji chodzi o ujęcie podstawowego typu komputacyjnej aktywności mózgu odmienne zarówno od ujęcia (Boolowskiego) w kategoriach sieci logicznych (bramki logiczne realizujące operacje alternatywy, koniunkcji, negacji itp.), jak i od ujęcia w kategoriach teorii grafów, tj. w kategoriach sieci neuronowych.

⁴ Na nie-fizyczny sens procesów neurofizjologicznych wskazuje to, że dla funkcjonowania mózgu charakterystyki substancjalne i parametry czasoprzestrzenne – w sensie przestrzeni fizycznej i czasu fizycznego – są nieistotne; liczy się struktura, czas wewnątrzsystemowy oraz topologia, a nie geometria kartezjańska. Wprawdzie procesy neurofizjologiczne rozgrywają się w fizycznej przestrzeni, ale dla ich aspektu kognitywnego ważne są stosunki topologiczne – np. sąsiedztwo - a nie geometryczne. (Neurony są sąsiednie, jeśli ich pola recepcyjne mają część wspólną. W ten sposób sąsiedztwo neuronów zostaje uniezależnione od ich usytuowania w przestrzeni fizycznej, a przy kolejnych przekształceniach zachowana zostaje ciągłość odwzorowania).

⁵ Ewolucja układu odbywa się w sposób losowy jeśli znajomość przebiegu procesu do chwili obecnej nie pozwala jednoznacznie wyznaczyć jego wielkości dla chwili późniejszej.

⁶ Według mnie należy w każdym razie wykluczyć możliwość powstania chaosu deterministycznego. Po pierwsze, w układach sensorycznych mamy zasadniczo do czynienia z procesami liniowymi. Po drugie, nie występuje też w nich „nadwrażliwość” na małą zmianę warunków początkowych (choćby dlatego, że synaps na szlakach sensorycznych jest zaledwie kilka).

przeto jego aktywność nie zależy od pojedynczych synaps, lecz od ich agregatów⁷. Rzecz w tym, że połączenia synaptyczne między kolejnymi populacjami neuronów w większości przypadków nie są z góry zaprogramowane, lecz ustalają się i zmieniają w toku życia osobnika, przeto ich rozkład - to, z którymi neuronami postsynaptycznymi kontaktuje się dany neuron - jest rozkładem statystycznym typu gaussowskiego (normalnym)⁸. Zaprogramowane jest jedynie generalne przeznaczenie neuronu (w obrębie jakiej struktury czy też populacji neuronów winien on utworzyć synapsy, a nie to, z którymi neuronami tej struktury winien to zrobić). Stąd bierze się rozkład normalny połączeń synaptycznych - największe prawdopodobieństwo tych połączeń istnieje dla kierunku będącego przedłużeniem osi aksonu i zmniejsza się ono wraz ze wzrostem odległości od tego kierunku.

Jeśli natomiast przez deterministyczny charakter sygnału rozumieć możliwość przewidywania, to odpowiedź musi być zróżnicowana. Losy sygnału w neuronie postsynaptycznym są wprawdzie przewidywalne (prawa sumowania z uwzględnieniem wag synaptycznych), natomiast nieprzewidywalne jest powielenie sygnału, tj. rozchodzenie się sygnału w drzewkach aksonalnych (część presynaptyczna), gdyż struktura drzewka aksonalnego jest przypadkowa⁹.

Sądzę w związku z tym, że gdyby chcieć opisać przetwarzanie sygnałów w sposób analityczny (za pomocą jakiejś zależności funkcyjnej), należałoby odwołać się do aparatu pojęciowego teorii procesów stochastycznych, gdyż ilość i topografia synaps tworzonych przez drzewko aksonalne każdego neuronu - rzutu na postać odwzorowania - jest z punktu widzenia przenoszenia sygnałów zmienną losową. Zdarzeniem elementarnym (losowym) byłoby wówczas pobudzenie jakiejś konkretnej synapsy, zaś zdarzeniem (=podzbiór przestrzeni zdarzeń) - powstanie potencjału czynnościowego w jakimś neuronie, tj. transmisja sygnału. Ponieważ jednak w rozważaniach niniejszych nie chodzi o zbudowanie działającego sztucznego mózgu, lecz jedynie o wgląd o charakterze teoretycznym, formuły analityczne nie będą nas tu interesować, wystarczy ustalenie, jaki rodzaj konceptualizacji matematycznej jest adekwatny.

Należy też, jak sądzę, przyjąć, że chodzi tu o procesy Markowa, tj. że sekwencja przekształceń jakim podlegają sygnały receptorowe w kolejnych ośrodkach mózgu stanowi łańcuch Markowa¹⁰. Jakoż, poszczególnym ośrodkom dane (dostępne) są tylko informacje zawarte w sygnale na danym etapie jego przetwarzania - nie znają one wcześniejszych przekształceń i odwzorowań, nie mogą zatem „wiedzieć”, co było wcześniej, jaka wyjściowa struktura podlega odwzorowaniu. Oznacza to, że cała relewantna informacja o etapach wcześniejszych winna być zawarta w sygnale na danym etapie¹¹. Można to nazwać *zasadą prezentacji*. Ma ona dalekosiężne implikacje dla

⁷ Dzięki temu jeśli nawet jakaś synapsa jest „mylnie zaadresowana”, nie ma to większego znaczenia, liczą się bowiem średnie statystyczne w obrębie większych zespołów komórek.

⁸ Rozkład normalny występuje w sytuacji, gdy na wartość zmiennej losowej ma wpływ duża ilość niezależnie działających czynników, z których każdy powoduje znikomy efekt.

⁹ Inaczej mówiąc, znając sygnały docierające do danej komórki (wiedząc co jest na wejściach) potrafimy przewidzieć co otrzymamy na każdym jej wyjściu; natomiast nie znając struktury wyjść (ich liczebności i topografii) nie sposób przewidzieć, jakie sygnały powstaną na poziomie wyższym.

¹⁰ Proces Markowa to proces w którym zdarzenie poziomu n-tego zależy jedynie od zdarzenia poziomu n-1, a nie zależy od zdarzeń poziomów wcześniejszych. W naszym przypadku oznacza to, że to, czy i jak jakaś synapsa poziomu n-tego zostanie pobudzona zależy jedynie od tego, które synapsy poziomu n-1 były pobudzone i jak były pobudzone.

¹¹ Z uwagi na to, że układowi nie jest dostępna informacja o stadiach wcześniejszych, niezbędne jest założenie, że zasadniczym typem przetwarzania sygnałów w mózgu są jakieś *morfizmy*, bo tylko

kognitywistycznych modeli funkcjonowania kory mózgowej mózgu – każe np. do lamusa odłożyć koncepcję „detektorów cech geometrycznych”, sformułowaną po odkryciu przez Hubela i Wiesela komórek kory wzrokowej wrażliwych na orientację geometryczną bodźca¹².

*

Centralną rolę w mojej koncepcji odgrywa kategoria *informacji*. Przez informację rozumiem wszelką zarejestrowaną różnicę (ogólniej: zbiór zarejestrowanych różnic, tj. ich kolekcję). Różnica może być bądź różnicą typu *selekcji* (=który stan ze zbioru stanów rozróżnialnych przez jakiś detektor (=alfabetu) został aktualnie zarejestrowany - uzyskaną wówczas informację nazywam informacją *jakościową*), bądź różnicą typu *zestawu* (=relacja nietożsamości pomiędzy dwoma współwystępującymi stanami rejestrowanymi z osobna; informacja *strukturalna*)¹³. Aby tedy zaistniała informacja, pewna obiektywnie istniejąca różnica musi zostać wykryta przez jakiś detektor. Układ informacyjny to układ zdolny do generowania i wykorzystania tak rozumianej informacji¹⁴.

Każda informacja musi być jakoś zakodowana, tj. utrwalona w jakimś medium fizycznym (=rejestracja). Kod można określić jako kolekcję elementów alfabetu powstałą w jakimś układzie informacyjnym (kod wewnętrzny), a także jako dowolną możliwą kolekcję stanów czy parametrów fizycznych istniejącą na zewnątrz układu informacyjnego, która może być przetworzona na kolekcję alfabetu, bądź na którą przetworzona może być kolekcja alfabetu (kod zewnętrzny). Ta sama informacja może być zakodowana (zrealizowana, zapisana w kodzie zewnętrznym) w rozmaity sposób - np. utwór muzyczny, który z informacyjnego punktu widzenia jest układem różnic pomiędzy wysokością i czasem trwania kolejnych dźwięków, może być zapisany na taśmie magnetycznej, na płycie kompaktowej czy w postaci nut na papierze. Różne sposoby zapisu kodują tę samą informację jeśli odpowiednie kolekcje różnic są izomorficzne, to znaczy dają się jednoznacznie odwzorować na siebie.

Informacja strukturalna jest strukturą relacyjną, której członami są informacje jakościowe, bowiem aby wykryć różnicę jakichś stanów, trzeba zarejestrować obecność samych tych stanów, a więc uzyskać informację jakościową. Pozwala to na rozróżnienie *rzędu* informacji: kod to informacja rzędu zerowego (potencjalna), informacja jakościowa jest informacją rzędu pierwszego, strukturalna - drugiego. Możliwe są też

przekształcenia tego typu mogą zachowywać informacje. Choć zatem na każdym etapie układ informacyjny może jedynie uchwytować (wykrywać, ustalać) relacje wewnętrzne pomiędzy sygnałami, rozpracowywać i wyzyskiwać ich strukturę, to ponieważ morfizmy zachowują pewne relacje, przeto relacje w kodziedzinie odwzorowania odzwierciedlają relacje zachodzące w jego dziedzinie.

¹² Z uwagi na to, że argumentacja w tej sprawie wymagałaby dość rozbudowanych rozważań przygotowawczych, muszę ten aspekt sprawy tu pominąć. Odsyłam w tym względzie do mojej książki *Między mózgiem i świadomością*, Wyd. IFiS PAN, Warszawa 2001, s.112-124.

¹³ Precyzyjniej informację można zdefiniować następująco. Nazwijmy *alfabetem* zbiór stanów (parametrów, wielkości) fizycznych które mogą być zrealizowane w jakimś układzie i wykryte przez jakiś jego detektor, a *repertuarem* - zbiór wariacji (z powtórzeniami) alfabetu. Wówczas informacja to dowolny podzbiór (kolekcja) repertuaru zarejestrowany przez jakiś układ.

¹⁴ Powyższe pojęcie informacji zawiera pewną dwoistość z której należy sobie zdawać sprawę. Z jednej strony chodzi o pewien abstrakt - zarejestrowaną *różnicę*, z drugiej zaś o konkret - *zarejestrowaną* różnicę (nazwijmy ją, za Mazurem, *rejestratem*). Różnica jest czymś abstrakcyjnym (relacją), ale jej rejestrat jest konkretem. Rejestratem różnicy stanów fizycznych jest wszak również jakiś stan fizyczny. Zarejestrowana *różnica* stanowi informację, rejestrat jest jej *kodeksem*.

informacje wyższych rzędów – wedle zasady, że informacja rzędu *n-tego* jest iteracyjnie powstałą strukturą relacyjną, której elementami są informacje rzędu *n-1*.

Informacje rzędu wyższego niż drugi, o ile są one przez jakiś układ informacyjny traktowane integralnie, określać będą odtąd zbiorczo mianem *synformacji*. Tytułowa „reprezentacja” stanowi informację rzędu trzeciego i jest oczywiście synformacją.

*

Powstaje pytanie, co nadaje tak określonym reprezentacjom charakter *poznawczy*, tj dzięki czemu są one reprezentacjami *czegoś*. Przecież układy informacyjne mogą wykrywać jedynie swe własne stany, a nie stany środowiska zewnętrznego. Jaki zatem jest związek wyżej zdefiniowanej informacji z reprezentacjami poznawczymi? Rozróżnijmy w związku z tym dwa aspekty bycia informacją, jeden związany ze strukturą wewnętrzną jakiejś *już istniejącej* (i wykrytej) kolekcji różnic, drugi zaś z *przyczyną i mechanizmem powstania* tych różnic. Pierwszy z nich to aspekt wewnętrzny („poprzeczny”), drugi - zewnętrzny („wzdłużny”). Aspekt pierwszy ma charakter wewnątrzsystemowy, „subiektywny” i stanowi podstawę takich operacji jak porównania i korelacje. Aspekt drugi - „obiektywny” - związany jest ze składaniem przekształceń zachowujących pewne relacje (=morfizmy).

Zobaczmy bliżej na czym to polega.

Aby osobnik był w stanie zdobyć informację o swym otoczeniu, musi ono w jakiś sposób oddziaływać na jego receptory. Po wtóre, aby uzyskana w ten sposób informacja mogła stanowić wytyczną adekwatnego do sytuacji zewnętrznej zachowania, oddziaływanie to winno mieć charakter deterministyczny (ta sama przyczyna - ten sam stan pobudzonych receptorów). W przeciwnym wypadku zdobyta informacja byłaby zbyt niejednoznaczna, byłaby *szumem*, a nie informacją. Na szczęście (dla organizmów) przyroda jest wystarczająco deterministyczna aby informacja możliwa do uzyskania w wyniku oddziaływania środowiska na organizm była dostatecznie jednoznaczna – np. czoło fali świetlnej docierającej do oka jest, dzięki prawom optyki, homomorficzne z geometrią i fakturą powierzchni od których światło się odbija.

Relacja odwzorowania (reprezentowania) czegoś przez coś jest przechodnia: jeśli A jest odwzorowaniem B, a B odwzorowaniem C, wówczas A również jest odwzorowaniem C. Wychodząc zatem od interfejsu między receptorami i działającym nań środowiskiem, relacja odwzorowania rozciągać się może w obu kierunkach, przechodzić tak na kody wewnętrzne, jak i zewnętrzne. Okoliczność, iż pewne postacie informacji stanowią reprezentację jakiegoś stanu rzeczy istniejącego na zewnątrz danego układu informacyjnego, jest tedy konsekwencją istnienia deterministycznych kodów.

Reprezentacja nie jest stanem mózgu, lecz obrazem odwzorowania, czyli *relacją* tego stanu do stanu świata zewnętrznego¹⁵. Reprezentacje to abstrakty nie będące stanami mózgu, lecz pewnych abstrakcyjnych przestrzeni, bo reprezentacjami są dzięki relacjom w jakich pozostają do czegoś względem niego zewnętrznego, czego są reprezentacjami. W odniesieniu do obszernej klasy bodźców (wzrokowych, słuchowych, dotykowych) odwzorowanie to jest najczęściej morfizmem. W konsekwencji tego, pewne relacje występujące w odwzorowywanym obiekcie, zostają zachowane w jego reprezentacji. W ten sposób reprezentacja zawiera potencjalnie informację *o czymś*.

O reprezentacjach należy tedy myśleć zarówno jako o kolekcjach informacji, tj. zarejestrowanych i odczytywanych przez jakieś detektory różnicach, a więc jako o pewnych relacji "poprzecznych", jak i o relacjach "wzdłużnych", to jest przyporządkowaniu jednym wielkościom innych wielkości.

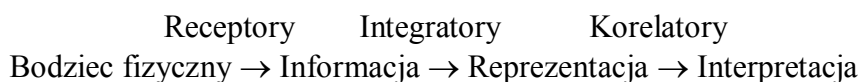
¹⁵Zewnętrznego względem układu nerwowego, nie względem organizmu, gdyż stany organizmu również podlegają odwzorowaniu.

To zatem pewna obiektywnie istniejąca relacja odwzorowania (reprezentowania) nadaje informacji własność bycia informacją o czymś. W tej mierze zatem, w jakiej wykryta różnica reprezentuje jakiś zewnętrzny stan rzeczy, informacja posiada określoną treść poznawczą, stanowiąc potencjalną wskazówkę dla zachowania osobnika w środowisku, pozwalając mu dostosowywać swe zachowanie do warunków zewnętrznych.

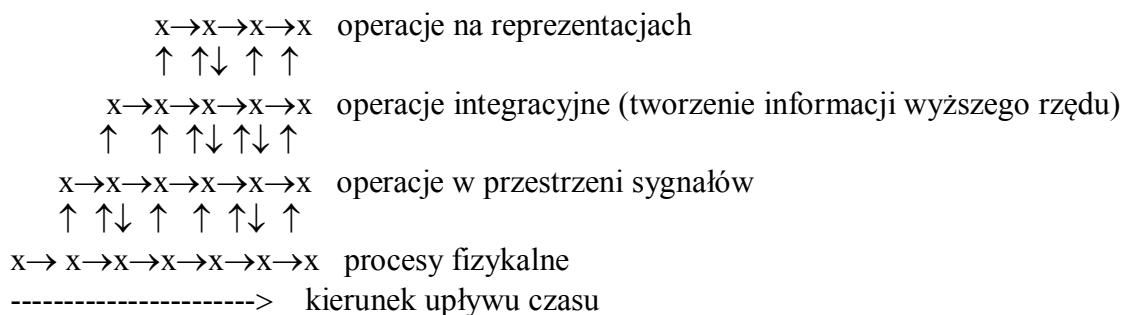
Zadanie to spełniane jest przez centralny układ nerwowy. Funkcja przez ten układ spełniana polega na tym, że bodźce fizyczne z zewnątrz tego układu zostają - za pomocą określonych receptorów - przetworzone na sygnały będące nośnikami elementarnych informacji jakościowych, które następnie podane zostają operacjom o charakterze integracyjnym, w wyniku czego powstają struktury informacyjne wyższego rzędu, będące *odwzorowaniem* struktury wyjściowych bodźców (bądź czymś im po prostu *przyporządkowanym*), tj. mówiąc ogólnie ich *reprezentacjami*. Ponieważ zaś bodźce środowiskowe pozostają w niedowolnych relacjach do stanów rzeczy w tym środowisku, ich reprezentacja jest zarazem reprezentacją cech samego środowiska.

Pojawienie się dziedziny stanów i procesów mentalnych – tradycyjnie określane ogólnikowym, nic nowego w sensie eksplanacyjnym nie wnoszącym terminem „emergencja” – może być zatem pojęte jako urzeczywistnienie związanej z procesami informacyjnymi potencji, polegającej – z jednej strony - na możliwości przejścia od informacji elementarnych do informacji wyższego rzędu, z drugiej zaś na możliwości wyzyskania informacji pojętej jako miara struktury wewnętrznej jakiegoś stanu fizycznego występującego w układzie informacyjnym, jako informacji o czymś zewnętrznym, tj. jako informacji w sensie kognitywnym.

Podsumowując, generalny schemat tworzenia reprezentacji poznawczych przez centralny układ nerwowy jest następujący:



Jest to pewien skrót myślowy, pozornie sytuujący wszystko na jednym poziomie. Bardziej rozbudowany schemat, uwzględniający poziom złożoności dokonywanych w mózgu operacji kognitywnych, przedstawić można następująco:



gdzie „x” symbolizuje pewnego rodzaju zbiory (odpowiednio – stanów fizycznych, sygnałów, informacji), „→” symbolizuje przekształcenia (zdarzenia) w obrębie jednego poziomu (kategorie przekształceń), zaś „↑” oraz „↓” transformacje międzypoziomowe (funktory kowariantne w sensie teorii kategorii), przy czym dodatkowo strzałka skierowana w górę symbolizuje realizację (w filozofii analitycznej mówi się w tym kontekście o *superwencji*), a w dół – determinację (w filozofii analitycznej – *przyczynowanie mentalne*).

„Realnie” mamy do czynienia z jednym tylko procesem, mianowicie fizykalnym, pozostałe to superwenzentne procesy „wirtualne” (operacje) przebiegające w pewnych przestrzeniach abstrakcyjnych, a nie w przestrzeni fizycznej. Proces poziomu wyższego to systemowa wykładnia procesu poziomu niższego, jego wewnątrzsystemowy sens¹⁶.

*

Z matematycznego punktu widzenia powiązania między sąsiednimi poziomami należy, jak sądzę, opisywać w języku *teorii kategorii*, gdyż procesy wyższego rzędu mają się do niższych tak, jak ujęcie katagoryjne jakichś przekształceń do ich ujęcia teoriomnogościowego.

Teoria kategorii wnosi odmienne spojrzenie na matematykę od przyjętego w teorii mnogości. Zbiór, element zbioru i relacja należenia do zbioru są fundamentalnymi pojęciami teorii mnogości, na których oparta jest niemal cała współczesna matematyka. W teorii kategorii elementy zbiorów schodzą na plan dalszy, w centrum zainteresowania znajdują się natomiast przekształcenia i złożenia przekształceń¹⁷.

Pojęcie kategorii przekształceń jest uogólnieniem pojęcia grupy przekształceń; jest ono ogólniejsze dlatego, że na przekształcenia nie nakłada się tu warunku, aby odwzorowywały one jakiś zbiór *w siebie*, jak to ma miejsce w teorii grup. Kategoria przekształceń to klasa K przekształceń $f: X \rightarrow Y$ takich, że 1/ złożenie dwu przekształceń należących do K również należy do K , 2/ przekształcenia tożsamościowe na zbiorach X i Y należą do K . Przekształcenia należące do danej klasy nazywa się strzałkami bądź morfizmami, a zbiory będące dziedzinami przekształceń – obiektami kategorii K .

Jednym z podstawowych pojęć teorii kategorii jest pojęcie *funktora kowariantnego*. Funktor kowariantny to odwzorowanie jednej kategorii w drugą, zachowujące strzałki tożsamościowe, początki i końce strzałek oraz złożenia strzałek. (Składa się on z funkcji obiektowej, przyporządkowującej każdemu obiektowi kategorii K pewien obiekt kategorii L , oraz funkcji strzałkowej, przyporządkowującej każdej strzałce kategorii K strzałkę kategorii L tak, aby spełnione były warunki zachowania tożsamości i składania strzałek). W szczególności, funktorem *zapominania* nazywa się functor „zapominający” o strukturze (np. algebraicznej bądź topologicznej) poddanego przekształceniu obiektu (na przykład w odniesieniu do przestrzeni wektorowych o działaniach dodawania i mnożenia przez skalar - przestrzeń ta potraktowana zostaje jako zwykły zbiór elementów). Innymi słowy, functor zapominania dotyczy przejścia od kategorii o bogatszej strukturze obiektów do kategorii o strukturze uboższej, a jego działanie sprowadza się do pomijania części bogatszej struktury.

Według mnie funktory zapominania umożliwiają formalne opisanie mechanizmu *determinacji* stanów niższego rzędu przez stany poziomu wyższego, wyjaśniając tym samym sens strzałek skierowanych ku dołowi zaprezentowanego wcześniej schematu graficznego.

Podstawą możliwości zastosowania podejścia katagoryjnego do procesów kognitywnych jest z jednej strony to, że istnieje hierarchia rzędów informacji (złożenia), z drugiej zaś fakt, iż definicja informacji może być – co za chwilę pokażę - wysłowiona za pomocą pojęć przestrzeni i morfizmu.

*

¹⁶ Ponieważ wszędzie w mózgu – a w szczególności w korze - mamy do czynienia z zasadniczo takimi samymi procesami fizycznymi, i ponieważ zdarzenia neurofizjologiczne są sygnałami (nośnikami informacji), należy każdorazowo określić kognitywny bądź komputacyjny sens tego, co się dzieje na danym etapie, co reprezentuje dany sygnał.

¹⁷ Zob. w tej sprawie Z.Semadeni, A. Wiweger: *Wstęp do teorii kategorii i funktorów*, PWN, Warszawa 1972.

Przywołana wcześniej definicja informacji jako zbioru zarejestrowanych różnic miała – matematycznie - charakter teoriomnogościowy. Spróbujmy zatem teraz dać jej definicję algebraiczną, wiążąc pojęcie informacji z pojęciami przestrzeni liniowej (wektorowej) i odwzorowania (morfizmu). Pozwoli to na powiązanie informacji rozumianej wewnątrzsystemowo czy też „poprzecznie”, z odzwierciedleniami (aspekt „wzdłużny”), co nadaje informacjom charakter kognitywny, czyniąc je informacjami o czymś.

Neurony oraz ich synapsy mogą znajdować się w różnych stanach czynnościowych, scharakteryzowanych przez takie ilościowe parametry, jak potencjał elektryczny, ilość impulsów generowanych w jednostce czasu czy ilość neuroprzekaznika wydzielanego do szczeliny synaptycznej. Parametry te zmieniają się oczywiście z chwili na chwilę. Z uwagi na to populacje komórek nerwowych znajdujących się na tym samym poziomie organizacji synaptycznej mózgu, można potraktować jako zbiory generujące abstrakcyjne *przestrzenie liniowe (wektorowe)*, której elementami są pewne funkcje. Ściślej mówiąc, generatorami takimi nie są populacje komórek, lecz *pola recepcyjne* neuronów należących do tych populacji, tj. pewne zbiory receptorów. Powód tego uściślenia stanie się jasny za chwilę.

Ogólnie przestrzeń liniową (nad jakimś ciałem liczbowym) definiuje się jako zbiór elementów (zwanymi wektorami), w którym określone jest działanie mnożenia jego elementów przez element tego ciała (zwany skalarem) oraz działanie dodawania elementów takie, że dla *dowolnych* elementów ich suma jest też elementem tego zbioru. Otóż w takim ogólnym sformułowaniu ten drugi warunek dla układu nerwowego nie zachodzi, jest za mocny, nierealistyczny. Rzecz w tym, że do odpowiedniej przestrzeni należeć mogą jedynie sumy stanów czynnościowych tych komórek, które należą do pola recepcyjnego jakiejś komórki znajdującej się na wyższym poziomie organizacji synaptycznej mózgu, tj. które mają połączenia z tą komórką i mogą modyfikować jej stan - dla neuronów nie posiadających takiego wspólnego neuronu docelowego, pojęcie sumy ich stanów nie miałoby żadnego sensu kognitywnego.

Z drugiej strony, aby możliwe było *odwzorowanie* jednej przestrzeni w drugą, elementy przestrzeni należy utożsamiać z matematycznym opisem stanów czynnościowych synaps, a nie neuronów. Rzecz w tym, że neuron ma - poprzez swoje drzewko aksonalne - wiele połączeń z neuronami postsynaptycznymi, co nie odpowiada warunkom odwzorowania (może być ono typu wiele-jeden, ale nie odwrotnie). Nie dotyczy to natomiast synaps - typowa synapsa łączy się tylko z jednym neuronem postsynaptycznym.

Z punktu widzenia naszych zainteresowań elementy przestrzeni, którymi są funkcje zmiennej czasowej (matematyczny opis aktywności poszczególnych synaps w czasie), można nazwać *sygnałami*, a ich przestrzeń – przestrzenią sygnałów. Sygnały należy traktować dodatkowo jako *parametryczne* funkcje współrzędnych przestrzennych czy też lokalizacji – sygnały zmieniają się wszak nie tylko z chwili na chwilę, ale i ze zmianą lokalizacji. Jak wspominałem wcześniej, dla informacyjnej aktywności mózgu lokalizacja przestrzenna sygnałów w przestrzeni fizycznej (czyli ich współrzędne kartezjańskie) jest wprawdzie nieistotna, bo liczy się jedynie ich usytuowanie względem siebie – bliskość, sąsiedztwo - a więc charakterystyki nie geometryczne, lecz topologiczne; niemniej, sygnały o takim samym przebiegu (identyczne jako funkcje czasu) ale mające różne parametry przestrzenne (jak to ma np. miejsce z sygnałami wychodzącymi z drzewka aksonalnego) stanowią różne sygnały, *resp.* różne elementy przestrzeni.

O przestrzeni *liniowej* mamy tu prawo mówić dlatego, że rezultaty aktywności poszczególnych synaps podlegają - w ramach komórki postsynaptycznej - sumowaniu

oraz mnożeniu (wzmacnianie, osłabianie) przez skalary (wagi synaptyczne), a tym samym określona jest kombinacja liniowa odpowiednich funkcji/sygnalów. Mnożenie wektora przez skalar realizowane jest za pomocą wag synaptycznych – sygnał (wektor) zostaje pomnożony przez pewien czynnik liczbowy. Dodawanie wektorów z kolei polega na sumowaniu sygnałów z poszczególnych synaps w ciele komórki postsynaptycznej; potencjał wynikowy jest wówczas kombinacją liniową sygnałów wejściowych. Każdy wektor przestrzeni liniowej może być przedstawiony jako kombinacja liniowa wektorów bazowych; w naszym przypadku wektorami bazowymi są sygnały *receptorowe*.

Przestrzeń sygnałów stanowi zatem zbiór *możliwych* sygnałów w polu recepcyjnym jakiegoś neuronu. Rodzinę wszystkich takich przestrzeni liniowych określam mianem *receptorium*. Receptorium jest przestrzenią jedynie *lokalnie* liniową. (Lokalność ma miejsce dzięki temu, że każdy neuron postsynaptyczny odbiera sygnały jedynie ze swego pola recepcyjnego, tj. z pewnego zwartego obszaru siatkówki). Nie stanowi to istotnego ograniczenia, gdyż na początkowym etapie generowania informacji, tj. na poziomie receptorium, wszystkie procesy informacyjne mają charakter lokalny (tj. ani nie punktowy, ani nie globalny), związany z generowaniem i przetwarzaniem informacji jakościowych; nie jest tu jeszcze generowana informacja wyższego rzędu.

Mając określone pojęcie przestrzeni, można mówić o odwzorowaniach (morfizmach) jednej przestrzeni w drugą, a w szczególnym przypadku w siebie. Odpowiada to przetworzeniu sygnałów odbieranych z jakiejś populacji komórek presynaptycznych przez populację komórek postsynaptycznych, gdyż z matematycznego punktu widzenia fizyczne przekształcenie sygnału jest równoważne temu, że pewnemu rozkładowi pobudzeń jakiejś populacji komórek presynaptycznych zostaje przyporządkowany pewien rozkład pobudzeń komórek postsynaptycznych.

W odniesieniu do wszystkich przekształceń prekorowych (do poziomu ciała kolankowatego bocznego włączenie) możemy mówić o *jednej* przestrzeni, gdyż każdy sygnał jest tu kombinacją liniową stanu receptorów, stanowiących wektory bazowe, a wszystkie wektory, które można przedstawić jako kombinacje liniowe wektorów bazowych, należą do jednej przestrzeni. Matematycznie oznacza to, iż receptorium zostaje poddane szeregowi *endomorfizmów* (=homomorfizm przestrzeni w siebie).

*

Jaki jest jednak związek wprowadzonych pojęć z kategorią informacji? Zauważmy w związku z tym co następuje. Ontologicznie, przestrzenie o których mowa to - w odróżnieniu od zbioru stanów fizycznych, istniejących aktualnie - przestrzenie wirtualne, zbiory *możliwych* stanów wszystkich jej elementarnych generatorów, z których aktualnie zrealizowany jest zawsze tylko jeden. *Stanem* przestrzeni w danej chwili (tj. jej *przekrojem czasowym*; w matematyce mówi się w tym kontekście o *cięciach* wiązek wektorowych) jest kolekcja wartości wszystkich jej elementów w tej chwili, tj. chwilowy rozkład (dystrybucja) wszystkich aktualnych stanów elementarnych. Aktualny stan wszystkich receptorów to tylko jeden z wielu możliwych rozkładów ich pobudzeń. Przekrój czasowy przestrzeni zatem to realizacja jednej z wielu apriorycznych (kombinatorycznych) możliwości, których ilość wyznaczona jest przez moc zbioru generatorów z jednej strony, i przez liczbę stanów w jakich może znajdować się każdy element tego zbioru¹⁸.

¹⁸ To co tylko *możliwe* staje się tym co *rzeczywiste*, jeśli spełnione zostaną określone warunki. Dziedzina tego co możliwe w sferze psychicznej określona jest przez anatomię i fizjologię osobnika, natomiast dziedzina rzeczywistych (faktycznych) stanów *resp.* procesów psychicznych wyznaczona jest przez oddziaływanie otoczenia na receptory. W tym sensie można powiedzieć, że procesy psychiczne to

Tym co zrealizowane w jakimś momencie czasu nie jest zatem cała przestrzeń – nawet jeśli pobudzone są wszystkie receptory - lecz pewna jej podprzestrzeń. Pojęcie przestrzeni sygnałów jest zatem blisko związane z pojęciem informacji - w przypadku informacji też wszak chodzi o realizację jakiegoś stanu (stanów) z puli pewnych możliwości (repertuaru). Informacja mówi o tym, który z takich możliwych stanów został urzeczywistniony (aktualnie zaistniał). Informację można zatem określić jako *zrealizowaną w jakimś układzie podprzestrzeń przestrzeni sygnałów* - pod warunkiem, że podprzestrzeń ta została w jakiś sposób zarejestrowana, co wymaga pewnego odwzorowania.

Zastanówmy się zatem z kolei nad charakterem wchodzących tu w grę odwzorowań. W najogólniejszym sensie z informacją o zbiorze jakichś elementów mamy do czynienia w sytuacji, kiedy zbiór ten możemy zastąpić przez zbiór zawierający mniej elementów (tj. poddać go kompresji, pomijając elementy redundantne), a jednak - przy określonym poziomie dokładności – praktycznie równoważny z wyjściowym. Tam gdzie chodzi o informacje nie może więc być mowy o izomorfizmie - informacja o czymś nie może być wierną kopią tego czegoś, ani nawet jego odwzorowaniem różnowartościowym (monomorfizmem). Matematycznie warunek taki spełnia natomiast przekształcenie będące *homomorfizmem*. Miarą wspomnianej kompresji jest wówczas *jądro* tego homomorfizmu, czyli przestrzeń rozpięta na elementach, których homomorficznym obrazem jest element zerowy (im obszerniejsze jądro, tym większy stopień kompresji).

Rozważmy zatem jakąś przestrzeń wchodzącą w skład receptorium R oraz homomorfizm h tej przestrzeni w przestrzeń S , związaną ze stanami czynnościowymi neuronów postsynaptycznych. Zauważmy, że różnym rozkładom przestrzennym pobudzenia receptorów wchodzących w skład pola recepcyjnego neuronu postsynaptycznego mogą odpowiadać takie same sygnały generowane przez ten neuron, gdyż sygnały te odpowiadają sumie algebraicznej (kombinacji liniowej, wypadkowej) wszystkich sygnałów elementarnych docierających do niego z receptorów. Rozkłady, którym w ramach homomorfizmu h odpowiada ten sam element przestrzeni S można w związku z tym określić jako *nieodróżnialne* bądź *równoważne* (modulo h). Zbiór klas abstrakcji tej relacji równoważności stanowi *alfabet* (=zbiór stanów rozróżnialnych) neuronu postsynaptycznego, potraktowanego jako układ informacyjny. Konsekwentnie, homomorficzny obraz każdej z takich klas abstrakcji stanowi informację jakościową (=który z elementów alfabetu został aktualnie zarejestrowany).

Homomorficzny obraz przestrzeni sygnałów stanowi zatem *przestrzeń informacyjną*.

W algebrze dowodzi się (=twierdzenie o izomorfizmie), że obraz odwzorowania h jakiejś przestrzeni jest izomorficzny z przestrzenią ilorazową tej przestrzeni (będącą wynikiem jej „podzielenia” przez odpowiednią równoważność bądź przez jądro tego homomorfizmu). Przestrzeń informacyjną można zatem utożsamić z przestrzenią ilorazową receptorium¹⁹.

To zatem dzięki uwzględnieniu kategorii przestrzeni możemy mówić o procesach i stanach informacyjnych (=urzeczywistnienie pewnych możliwości), bez niej mielibyśmy tylko mereologicznie rozumiane zbiory sygnałów. Poziom operacji na samych zbiorach to poziom sygnałów fizycznych i ich transformacji. Z kategorijskiego

aktualizacja pewnych możliwości, uzależniona od oddziaływania środowiska na receptory jakiegoś osobnika.

¹⁹ Funktor kowariantny będący odwzorowaniem przestrzeni sygnałów w przestrzeń informacyjną polega zatem na przyporządkowaniu przestrzeni sygnałów jej przestrzeni ilorazowej.

punktu widzenia są to więc funktory zapominania - transformacje, które zapominają o strukturze przestrzeni, traktując ją jako zbiór elementów, a więc jako coś aktualnego, podczas gdy przestrzeń to dziedzina możliwości²⁰.

*

Matematycznie, przestrzeń sygnałów - a ściślej mówiąc każda z przestrzeni wchodzących w skład receptorium - jest *przestrzenią Banacha*, tj. przestrzenią liniową, unormowaną i zupełną. O liniowości była już mowa. Przestrzeń jest unormowana, jeśli każdemu jej elementowi zostaje przyporządkowana określona liczba rzeczywista spełniająca pewne niewygórowane warunki (w szczególności warunek, że norma sumy wektorów jest nie większa niż suma ich norm). Warunki takie spełnia według mnie norma utożsamiona z ilością neuroprzekaźnika wydzielonego w jakimś przedziale czasu do szczeliny synaptycznej przez synapsę będącą generatorem danego sygnału.

Przestrzeń jest zupełna, jeśli spełnia tzw. warunek Cauchy'ego, tzn. jeśli granica ciągu jej elementów jest również elementem tej przestrzeni. I ten warunek przestrzenie sygnałów według mnie spełniają, choć wykazanie tego nie jest sprawą prostą, bo wymaga odwołania się do rozważań o charakterze topologicznym, co spróbuję teraz uczynić.

Aby możliwe było uzyskanie integralnie traktowanych reprezentacji, niezbędnych dla powstania spostrzeżeń świata zewnętrznego - co wymaga kolekcjonowania, tj. sumowania mnogościowego kolektywnie rozumianych zbiorów sygnałów - struktura połączeń synaptycznych w obrębie układu wzrokowego winna czynić zadość pewnym warunkom o charakterze *topologicznym*, dzięki którym podczas procesu przetwarzania sygnałów uwzględnione i zachowane będą mogły być relacje sąsiedztwa między składnikami receptorium. Służy temu w jakiejś mierze retinotopowa organizacja tych połączeń, samo to jednak dalece nie wystarcza²¹. Chodzi zatem o to, czy w receptorium daje się określić przestrzeń topologiczną i - co z a tym idzie - przekształcenia ciągłe (zachowujące bliskość elementów) tej przestrzeni²². Określając w jakimś zbiorze topologię, tym samym wprowadza się w nim pewną „strukturę bliskości”, która zastępuje charakterystyczny dla przestrzeni (geo)metrycznych moment odległości, czyli metrykę.

²⁰ W tym kontekście *fizykalizm* można określić jako pogląd, który nie rozróżnia przestrzeni od zbioru. Konsekwentnie, fizykalizm nie rozróżnia też sygnału od informacji. Dalszą konsekwencją tej identyfikacji jest to, że stany przestrzeni traktuje się jako *obrazy rzeczywistości*, a nie jako *informacje* o rzeczywistości, co z kolei prowadzi do znanego zarzutu, że trzeba założyć istnienie homunculusa oglądającego te obrazy. Tymczasem właśnie to, że reprezentacja jest zbudowana z informacji o czymś, a nie po prostu z punktów przyporządkowanych punktom odwzorowywanego obiektu sprawia, że osobnik postrzega nie obrazy, lecz rzeczywistość. Nie jest to jednak rzeczywistość obiektywna, lecz wirtualna, skonstruowana na bazie zawartych w reprezentacjach informacji. Reprezentacja wizualna nie tylko bowiem *reprezentuje*, ale i w pewien sposób *prezentuje* rzeczywistość.

²¹ Nadto, potoczne wyjaśnienia faktu retinotopowości opiera się na błędnym jak sądzę założeniu, iż mamy do czynienia z odwzorowaniami typu punkt za punkt. Według mnie retinotopowość należy wiązać ze statystycznym charakterem połączeń, tj. z rozkładami gaussowskimi. Retinotopowość jest zatem konsekwencją losowego charakteru połączeń, a nie odrębną determinantą.

²² Przestrzenią topologiczną jest zbiór X , w którym określona została *topologia*. Topologią zbioru X jest rodzina jego podzbiorów (zwanych zbiorami otwartymi), takich, że suma i iloczyn (mnożnościowe) zbiorów otwartych są zbiorami otwartymi. Natomiast przekształcenie $f: X \rightarrow Y$ jest ciągłe w $x_0 \in X$ wtw, gdy dla każdego A z faktu że x_0 znajduje się „bardzo blisko” zbioru A wynika, że $f(x_0)$ znajduje się „bardzo blisko” zbioru $f(A)$.

Sam zbiór receptorów nie stanowi oczywiście przestrzeni topologicznej, bo żaden ich podzbiór nie jest zbiorem otwartym. Natomiast można mówić o topologii w odniesieniu do zbioru *pól recepcyjnych* neuronów receptorium, jako że analitycznie pola recepcyjne opisywane są przez różnicę dwu funkcji Gaussa (dla rozkładu sygnałów pobudzających i dla rozkładu sygnałów hamujących), a one z uwagi na asymptotyczne dążenie do zera z dobrym przybliżeniem opisują zbiory otwarte²³.

Przyjmuję zatem, że przestrzenią topologiczną (R, T) jest zbiór R receptorów, z topologią T w postaci zbioru pól recepcyjnych neuronów pierwszego rzędu. Ponieważ zaś pole recepcyjne neuronu postsynaptycznego jest sumą mnogościową pól recepcyjnych jego neuronów presynaptycznych, przeto pola recepcyjne neuronów wyższych rzędów również są podzbiorem otwartym zbioru R , a zatem ich rodziny również stanowią jego topologie. Dzięki temu uzyskujemy ciąg przestrzeni topologicznych (R, T_1) , (R, T_2) , (R, T_3) ..., o tym samym nośniku i różnych topologiach²⁴.

Odwzorowanie jednej z powyższych przestrzeni w drugą można, zważywszy na identyczność ich nośników (w roli tej występuje to samo R , czyli zbiór wszystkich receptorów), określić w ten sposób, że chodzi o funkcję, która każdemu polu recepcyjnemu neuronu presynaptycznego przyporządkowuje jego pokrycie przez pola recepcyjne neuronów postsynaptycznych, a więc jednemu zbiorowi otwartemu inny zbiór otwarty, będący sumą mnogościową składowych zbiorów otwartych. Odpowiada to przejściu sygnału z populacji neuronów presynaptycznych do populacji neuronów postsynaptycznych. Innymi słowy, rodzina lokalnych endomorfizmów jest równoważna odwzorowaniu jednej przestrzeni topologicznej w drugą - na każdym etapie przetwarzania sygnałów w receptorium endomorfizmom algebraicznym odpowiadają przekształcenia topologiczne, gdyż: 1. każdy neuron generujący sygnał posiada jakieś pole recepcyjne, a rodzina pól recepcyjnych odpowiedniej populacji neuronów stanowi topologię w zbiorze receptorów, 2. zbiorowi pól recepcyjnych neuronów presynaptycznych (stanowiących elementy dziedziny odwzorowania) zostaje przyporządkowany zbiór pól recepcyjnych neuronów postsynaptycznych, stanowiących jego kodziedzinę²⁵.

Wspomniana wyżej równoważność według mnie gwarantuje, że przestrzeń sygnałów spełnia warunek zupełności, a więc jest przestrzenią Banacha.

*

Informacja receptorowa jest w obrębie receptorium przetwarzana przez kolejne populacje neuronów. Matematycznie oznacza to, iż receptorium zostaje poddane

²³ Rodzina pól recepcyjnych generuje zatem nie tylko przestrzenie wektorowe, ale również przestrzenie topologiczne.

²⁴ Z drugiej strony, te kolejne topologie są też skończonymi *pokryciami* przestrzeni poprzedzającej, co gwarantuje, że wymienione przestrzenie topologiczne są *zwarte*. Zaś dla przestrzeni zwartych „możliwe jest wnioskowanie o własnościach globalnych na podstawie własności lokalnych” (K. Jaenich: *Topologia*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1996, s.25). Z uwagi na to, istnienie przestrzeni topologicznych umożliwia integrację sygnałów.

²⁵ Tak więc realny proces fizyczny przetwarzania sygnałów w receptorium może być zinterpretowany zarówno w kategoriach liniowych przekształceń pewnych przestrzeni wektorowych (za liniowość tę odpowiedzialna jest neurofizjologia, mianowicie sumatywny mechanizm powstawania potencjałów postsynaptycznych), jak i w kategoriach ciągłych przekształceń pewnych przestrzeni topologicznych (one z kolei zdeterminowane są przez anatomię, tj. architekturę połączeń). Mamy tu więc uwzględnione obydwie aspekty mózgu, tak anatomię jak i neurofizjologię, tak strukturę, jak i funkcję. Innymi słowy - obydwie czynniki determinacji funkcjonowania psychiki, którymi są bodźce zmysłowe z jednej strony i architektura mózgu z drugiej.

szeregowi endomorfizmów, gdyż każdy sygnał w ten sposób powstający jest kombinacją liniową wektorów bazowych receptorium, a więc należy do tegoż receptorium.

Głównym zadaniem tych endomorfizmów jest wzmocnienie kontrastów czy też uwypuklenie różnic między stanami sąsiednich neuronów, a tym samym pominięcie niewielkich różnic – homomorficzny obraz zbioru informacji wizualnych jest obrazem zredukowanym (postacią, konturem), w którym pominięte zostały nieistotne szczegóły - drobne różnice sąsiednich elementów.

Zobaczmy bliżej na czym te homo- oraz endo- morfizmy polegają od strony neurofizjologicznej realizacji procesów informacyjnych.

Impulsy z fotoreceptorów odbierane są przez dwa rodzaje neuronów - komórki dwubiegunowe i horyzontalne, pierwsze położone wzdłuż drogi wzrokowej, drugie w poprzek niej (łączą one ze sobą sąsiednie, równoległe położone komórki dwubiegunowe, umożliwiając powstanie mechanizmu tzw. hamowania obocznego). Do komórek dwubiegunowych impulsy docierają w związku z tym w dwojaki sposób - przez bezpośrednie połączenia fotoreceptor - komórka dwubiegunowa oraz pośrednio: fotoreceptor - komórka horyzontalna - komórka dwubiegunowa. Jest to ważne dlatego, że podczas gdy komórki dwubiegunowe są przez impulsy z fotoreceptorów pobudzane (depolaryzacja), to przez impulsy z komórek horyzontalnych są hamowane (hiperpolaryzacja), i odwrotnie. Z racji krótkich odległości między kolejnymi warstwami neuronów wewnątrz siatkówki, impulsy wysyłane przez komórki dwubiegunowe i horyzontalne nie przybierają jeszcze postaci potencjałów iglicowych, lecz przewodzone są do następnej synapsy w sposób elektrotoniczny, a więc z dekrementem mocy (ich amplituda maleje wraz z odległością); potencjały takie nazywa się *wolnymi*. Komórki horyzontalne zasilające daną komórkę dwubiegunową zbierają wprawdzie bodźce z szerszego obszaru siatkówki niż ta komórka bezpośrednio, ale ponieważ generują one potencjały wolne, przeto amplituda tych impulsów maleje wraz z odległością. W konsekwencji, zmiana potencjału spoczynkowego komórki dwubiegunowej przez impulsy odbierane bezpośrednio z fotoreceptorów jest w wartościach bezwzględnych większa, niż zmiana wywołana przez przekaz pośredni.

W efekcie nałożenia się tych dwu oddziaływań, opisywanych analitycznie przez dwie krzywe gaussowskie charakteryzujące rozkłady typu losowego (zmienną losową jest tutaj ilość synaps między komórką horyzontalną i dwubiegunową, która ma charakter przypadkowy, tj. genetycznie niezaprogramowany), pole recepcyjne komórki dwubiegunowej jest antagonistycznie spolaryzowane; składa się ono z pobudzającego oddziałującego centrum i hamującego oddziałującej otoczki (bądź odwrotnie). Reakcja komórki jest reakcją na wypadkową, tj. na sumę algebraiczną (kombinację liniową) otrzymywanych impulsów pobudzających i hamujących. Ponieważ zaś impulsy te są proporcjonalne (w skali logarytmicznej) do natężenia światła docierającego do pola recepcyjnego komórki, oznacza to, że impulsy generowane przez komórkę są proporcjonalne do *różnicy* oświetlenia centrum i otoczki. Komórka dwubiegunowa nie jest więc detektorem bezwzględnego poziomu oświetlenia, lecz *różnic* oświetlenia czy też kontrastów. Ponieważ zaś reakcja komórki dwubiegunowej zależy od tej zarejestrowanej różnicy, stąd wniosek, że komórka ta jest układem *informacyjnym* - wysyła impulsy, w których zakodowana jest informacja o zróżnicowaniu oświetlenia jej pola recepcyjnego²⁶.

²⁶ To samo odnosi się do komórek układu słuchowego, one również reagują na różnice: "Aktywność neuronów kory słuchowej nie odzwierciedla wysokości tonu, lecz *zmiany wysokości* (a więc różnice w czasie - A.Ch) i *różnice wysokości* dwu lub więcej tonów brzmiących równocześnie" (G. Somjen: *Sensory Coding in the Mammalian Nervous System*, Appleton Century Crafts, 1972, s. 271).

Innymi słowy, włóknami nerwowymi transmitowany jest nie obraz, lecz zawarta w sygnałach informacja o obrazie.

Przy jednorodnym oświetleniu całego pola recepcyjnego komórki jej reakcja jest niewielka, niezależnie od intensywności światła, gdyż pobudzenie części centralnej jest neutralizowane przez hamowanie w otocze. W ten sposób wkład bezwzględnego poziomu oświetlenia w pobudzanie dalszych komórek zostaje znacząco zredukowany. Jeśli natomiast w jakimś obszarze siatkówki występuje oświetlenie niejednorodne (tj. o różnej intensywności - różnice długości fal dla przejrzystości obrazu pomijamy), wówczas, przeciwnie, kontrast ten przez komórki dwubiegunowe zostaje jeszcze bardziej wzmocniony wskutek hamowania obocznego przez komórki horyzontalne²⁷. W jeszcze większym stopniu cechuje to kolejne stadia przetwarzania informacji (komórki zwojowe i amakrynowe siatkówki, komórki ciała kolankowatego bocznego oraz komórki gwiaździste na wejściu do obszaru VI kory wzrokowej). Oznacza to, że na poziomie korowym pobudzone są jedynie te komórki, których pola recepcyjne oświetlone są nierównomiernie, tj. w których występują kontrasty oświetlenia²⁸.

*

Po osiągnięciu kory warunek endomorficzności przestaje być spełniany, gdyż 1. pojawiają się w niej sygnały nie pochodzące od receptorów, lecz od układu siatkowatego pnia mózgu, oraz – dodatkowo, *via* wzgórki czworacze górne - sygnały związane z napięciem mięśni oka, 2. następuje przejście od funkcji argumentu czasowego do argumentów lokalizacyjnych (w sensie przestrzeni topologicznej, a nie geometrycznej).

Jakoż, wraz z osiągnięciem przez sygnały sensoryczne swoistych jąder wzgórza pojawia się według mnie nowy mechanizm o charakterze systemowym, mianowicie podporządkowanie dalszych przekształceń czasowi wewnątrzsystemowemu (dyskretnemu, wirtualnemu). Mam na myśli podział ciągłego w zasadzie strumienia sygnałów na ustalone, zsynchronizowane ze sobą jednostki czasowe („takty”) potrzebny po to, aby możliwe było porównywanie sygnałów w sąsiednich chwilach. Według mnie bowiem jedną z generalnych zasad przetwarzania informacji przez ośrodki korowe jest *porównywanie* rozkładów pobudzeń, a dla wykonania tego zadania musi być ustalona jednostka czasowa, w której obrębie zdarzenia traktowane są jako należące do jednego rozkładu. Wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z operacjami komputacyjnymi na wielkościach zmieniających się w czasie (procesami), taka kwantyzacja czasu jest wręcz nieunikniona - świadczy o tym każdy komputer. Dodatkowym zadaniem spełnianym przez wspomnianą kwantyzację jest synchronizacja pracy różnych ośrodków.

Sądzę, że ten nieciągły czas wewnątrzsystemowy, a raczej jego miara, jest wyznaczany przez rytmy elektroencefalograficzne generowane przez układ siatkowaty

²⁷ Załóżmy dla przykładu, że z dwu sąsiednich fotoreceptorów zasilających bezpośrednio dwie równoległe komórki dwubiegunowe, jeden został pobudzony przez światło o intensywności 10, a drugi 20 (w umownych jednostkach) i że waga synaps pomiędzy komórkami horyzontalnymi i dwubiegunowymi wynosi 0,2. Wówczas pierwszy fotoreceptor wyhamuje - *via* komórka horyzontalna - komórkę dwubiegunową numer dwa o 2 jednostki, a drugi pierwszą o 4 jednostki. W efekcie, pobudzenie pierwszej komórki wyniesie $10 - 4 = 6$, a drugiej $20 - 2 = 18$ jednostek. Zatem intensywność wygenerowanych przez nie impulsów pozostawać będzie w stosunku 1:3, a nie 1:2; słowem, wyjściowy kontrast sygnałów zostanie wzmocniony.

²⁸ Jeśli, przykładowo, na siatkówce powstanie obraz jednobarwnego krążka, to na kolejnych stadiach przetwarzania informacji w korze wzrokowej pobudzone będą jedynie te komórki, których pola recepcyjne są usytuowane na granicy krążek-tło. Fakt "milczenia" komórek których pola recepcyjne przypadają na wewnętrzną część krążka nie jest jednak brakiem informacji - jest informacją, że obszar ten ma takie same właściwości jak wewnętrzna część pola recepcyjnego komórek granicznych.

pnia mózgu, z którym współpracuje w tym względzie układ siatkowaty wzgórza. Zidentyfikowano wiele takich rytmów (różniących się nadto amplitudą) mieszczących się w przedziale od dwu do kilkudziesięciu herców²⁹.

Jeśli zatem moja hipoteza jest słuszna, neurony należące do układu siatkowatego stanowią system – nazwijmy go *temporium* - którego zadaniem jest obsługa funkcjonowania mózgu od strony czasowej. Rytm w poszczególnych pasmach stanowiłyby coś w rodzaju fali nośnej, modulowanej przez sygnały obiektowe. Inaczej mówiąc, sygnał wychodzący ze wzgórza byłby superpozycją wektora receptorium i wektora *temporium*.

Każdy takt odpowiedniego rytmu encefalograficznego stanowi coś w rodzaju atomu czasu, w źródłowym sensie terminu „atom” – jest czymś niepodzielnym, niezłożonym, gdyż to co się dzieje *wewnątrz* jednego taktu nie jest informacyjnie rozróżnialne. Dlatego też na poziomie psychicznym bez sensu jest na przykład mówienie o odcinkach czasu mniejszych od, powiedzmy, jednej pięćdziesiątej sekundy (w zależności od modalności zmysłowej będzie to wielkość nieco inna, z reguły znacznie mniejsza).

Ponieważ nie jest istotne, co dzieje się *wewnątrz* jednego taktu, sygnały przestają być funkcją czasu – spada on do roli parametru jedynie. Inaczej mówiąc, w korze wzrokowej dotychczasowe funkcje zmiennej czasowej *w danej lokalizacji przestrzennej* zostają zastąpione przez funkcje zmiennych przestrzennych (w ujęciu topologicznym, a nie geometrycznym; chodzi jedynie o sąsiedztwo, tj o względne relacje przestrzenne, a nie o bezwzględną lokalizację) *w danej chwili*. Oznacza to, że musimy uwzględniać stan wielu sąsiednich neuronów jednocześnie, a nie stan pojedynczej komórki w różnych chwilach.

W związku z powyższym będziemy mieć odtąd do czynienia z inną przestrzenią, posiadającą inną od receptorium bazę i inne elementy – nie będące już funkcjami czasu, lecz funkcjami argumentów przestrzennych, z czasem zredukowanym do roli parametru. Przestrzeń tą określam mianem *sensorium*.

*

Według mnie *sensorium* jest *przestrzenią Hilberta*, tj. przestrzenią Banacha z normą określoną przez iloczyn skalarny wektorów przestrzeni. Iloczyn skalarny to skalar będący iloczynem długości (=normy) jednego wektora i długości rzutu prostopadłego (ortogonalnego) drugiego wektora na kierunek pierwszego. Operacja ta może być podstawą *korelacji* tj. porównywania wektorów, gdyż wskazuje „ile” jednego wektora leży na kierunku drugiego, czyli w jakiej mierze są one podobne, a w jakiej się różnią.

Aby zrozumieć jak mózg może realizować operację iloczynu skalarnego zauważmy, że istnieją przynajmniej dwa rodzaje oddziaływań między neuronami – „wzdłużne” (neurony główne kolejnych populacji neuronów postsynaptycznych) i „poprzeczne”, o charakterze hamującym (realizowane z reguły za pośrednictwem interneuronów; w grę wchodzi zarówno synapsy aksoaksonalne, jak i połączenia przez interneurony, tj. synapsy dendrodendrytyczne). Dodawanie i mnożenie wektora przez skalar realizowane jest „wzdłużnie” czy też progresywnie - neurony poprzedzające wzdłuż toru dany neuron tworzą z nim synapsy, których aktywność podlega sumowaniu - natomiast mnożenie skalarnie wektorów „poprzecznie”, tj. przez oddziaływania

²⁹ Jeśli przyjrzeć się bliżej takim w miarę jednorodnym pasmom, można zauważyć, że każdy z nich posiada w przybliżeniu rozpiętość jednej oktawy (2-4 [delta], 5-7 [theta], 8-13 [alfa], 16-30 [beta], 30-70 [gamma]). Z poszczególnymi oktavami można być może wiązać odmienne zadania funkcjonalne – na przykład obsługiwanie (taktowanie, synchronizowanie) różnych modalności zmysłowych, kojarzenie i zapamiętywanie, uwaga, ocena wagi popędowej itp. Wymagałoby to istnienia grup neuronów-filtrów częstości o paśmie przenoszenia ok. jednej oktawy. Rzeczą empirii jest ustalenie, czy tak rzeczywiście jest.

poprzeczne między neuronami *tego samego poziomu* organizacji synaptycznej, „równoległymi”.

W korze zatem sumowanie odbywa się w kierunku pionowym (wzdłużnie) i pozostaje wewnątrz kolumny, natomiast oddziaływania poprzeczne realizują iloczyny skalarne (korelacje); one z kolei pozostają w obrębie warstwy, a może nawet podwarstwy³⁰.

Neurofizjologicznie różnica między dodawaniem a mnożeniem wektorów polega na tym, że to pierwsze zachodzi w elemencie postsynaptycznym i polega na *hiperpolaryzacji*, a drugie w aksonie (hamowanie presynaptyczne) i polega na *depolaryzacji*. Mówi się w tym kontekście o *filtracyjnych* właściwościach połączeń poprzecznych *resp.* hamowania presynaptycznego³¹.

Różnicę powyższą można też wyrazić następująco. Wektor określony jest m.in. przez amplitudę i częstotliwość impulsów. Dla neuronów przedkorowych amplituda jest stała, zmienia się jedynie częstotliwość wyładowań. W korze natomiast zmienia się – dzięki hamowaniu presynaptycznemu przez „poprzeczne” synapsy aksoaksonowe – sama efektywna amplituda³².

Iloczyn skalarny ma być skalarem właśnie, tj. wielkością wyrażalną przez jedną liczbę. Sądzę, że w omawianym przez nas przypadku przestrzeni sygnałów chodzi o ilość neuroprzekaźnika wydzielonego przez dany neuron wskutek jego poprzecznych połączeń z drugim, równoległym neuronem. Wskazuje to na bliski związek iloczynu skalarnego i normy wektora, która również utożsamiona została wcześniej z ilością neuroprzekaźnika³³.

*

Matematyczne *novum* na poziomie kory polega zatem na tym, że dokonywana jest w niej operacja iloczynu skalarnego, będąca podstawą wielu rdzennych dla przestrzeni Hilberta operacji, w tym operacji o charakterze integracyjnym, takich jak operacje *korelacji* i *splotu*³⁴.

Zauważmy, że integracja nie może polegać na algebraicznym *sumowaniu* sygnałów jako elementów przestrzeni wektorowej, gdyż sumą wektorów jest przecież

³⁰ O roli iloczynu skalarnego wektorów na tym etapie przetwarzania informacji świadczyć może fakt, że – jak podaje Crick – około 80% synaps w pierwszorzędowej korze wzrokowej ma charakter lokalny, tj. tworzonych jest przez interneurony: „Jedynie niewielka część (być może 20 procent) synaps typowego neuronu warstwy 4 (komórki gwiaździstej z kolcami dendrytycznymi) otrzymuje sygnały bezpośrednio z ciała kolankowatego. Pozostałe odbierają sygnały wysyłane głównie przez aksony neuronów z sąsiedztwa” (F.Crick: *Zdumiewająca hipoteza*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997, s.188).

³¹ „Istotą hamowania postsynaptycznego jest obniżenie pobudliwości neuronu, natomiast hamowanie presynaptyczne polega na niedopuszczaniu impulsów nerwowych do zakończeń synaptycznych i stanowi swego rodzaju *filtr* regulujący przepływ tych impulsów” (B. Sadowski, J. Chmurzyński: *Biologiczne mechanizmy zachowania*, PWN, Warszawa 1989, s.130).

³² „Depolaryzacja włókna presynaptycznego powoduje zmniejszenie amplitudy potencjałów czynnościowych przechodzących przez to włókno do jego zakończeń synaptycznych... Zmniejszenie amplitudy tego potencjału jest istotą hamowania presynaptycznego” (*Ibidem*, s. 129-130).

³³ Iloczyn skalarny wektorów x i y oznacza się jako (x,y) ; wyrażenie (x,x) oznacza wówczas iloczyn skalarny wektora przez siebie. Pierwiastek kwadratowy z (x,x) spełnia warunki nakładane na normę wektora. Widać stąd, że iloczyn skalarny indukuje normę, a zatem każda przestrzeń Hilberta jest też przestrzenią Banacha.

³⁴ Integracja nie może polegać na algebraicznym *sumowaniu* sygnałów jako elementów przestrzeni wektorowej, gdyż sumą wektorów jest przecież jeden wektor, *resp.* informacja jakościowa, a mamy uzyskać informację strukturalną wyższego rzędu.

jeden wektor, *resp.* informacja jakościowa, a mamy uzyskać informację strukturalną wyższego rzędu. Sumowanie algebraiczne (wektorów) dotyczy sytuacji, kiedy pewna ilość aksonów presynaptycznych zbiega się na jednej komórce postsynaptycznej (konwergencja). Aby natomiast móc uzyskać integrację, należy wykorzystać fakt, iż jeden neuron ma połączenia z wieloma następnymi (dywergencja), co – jak wskazywałem wcześniej - prowadzi do nakładania się pól recepcyjnych, a w konsekwencji do zachowywania pewnych własności topologicznych bądź geometrycznych.

Aby zrozumieć bliżej dlaczego tak jest, zaczniemy od pytania, dlaczego w ogóle istnieją drzewka aksonalne (czyli połączenia typu dywergencyjnego, „jeden-wiele”). Gdyby istniały tylko połączenia typu 1-1, mielibyśmy do czynienia jedynie z transmisją sygnałów, bez przetwarzania. Gdyby jednak chodziło jedynie o transmisję sygnału, synapsy pośrednie nie byłyby wcale potrzebne. Z kolei połączenia „wiele-jeden” (konwergencja) sprawiają, że każdy neuron postsynaptyczny posiada pole recepcyjne o pewnej rozciągłości, i że kolejne neurony szlaków sensorycznych mają coraz większe pola, będące sumą mnogościową pól recepcyjnych neuronów presynaptycznych. Gdyby zatem istniały tylko połączenia konwergencyjne, skutkowałoby to jedynie stopniowym powiększaniem się pól recepcyjnych kolejnych populacji neuronów, a tym samym utratą szczegółów. Tymczasem, mimo iż pola recepcyjne neuronów kory obejmują sobą dość znaczny obszar siatkówki - a w każdym razie nie są punktowe - to faktem jest, że percepcyjnie rozróżniamy wiele szczegółów o rozciągłości *mniej* od rozmiaru pól recepcyjnych. Czyżby należało więc założyć, że pojedynczy neuron może nie tylko kodować elementarną informację jakościową o tym obszarze, ale i ten obszar jakoś zróżnicowany sposób odzwierciedlać, to jest uzyskiwać informację strukturalną?

Jest to niemożliwe. Pojedynczy neuron szlaku zmysłowego, który wysyła sygnał będący liniową odpowiedzią na pobudzenie jego synaps przez receptory znajdujące się w jego polu recepcyjnym, może tylko kodować informację o wypadkowym bilansie pobudzeń i hamowań swego pola, co nie mówi niczego o geometrii czy przestrzennym rozkładzie bodźca w polu recepcyjnym, bowiem z racji radialnej symetrii pól recepcyjnych informacja kodowana przez stan czynnościowy poszczególnego neuronu jest niejednoznaczna. – ten sam stan czynnościowy neuronu może odpowiadać rozmaitym rozkładom pobudzenia jego pola recepcyjnego mającym taki sam wektor wypadkowy. Inaczej mówiąc, sygnał z neuronu postsynaptycznego nie koduje informacji o geometrii pobudzenia, lecz o ilościowym stosunku pobudzeń i hamowań w swym polu recepcyjnym, co daje jedynie informację jakościową, a nie strukturalną. Ten sam sygnał może zatem reprezentować wiele możliwych rozkładów; ergo, informacja ta jest niejednoznaczna, niedookreślona (=określona z dokładnością do pewnej relacji równoważności czy klasy abstrakcji). Oznacza to, że na poziomie *pojedynczego* neuronu postsynaptycznego tracona jest informacja o rozkładzie przestrzennym bodźca działającego na jego pole recepcyjne.

Ujednoznacznienie to można według mnie uzyskać przez uwzględnienie stanu *sąsiednich* neuronów, mających pola recepcyjne nakładające się na jego pole, co jest właśnie uzyskiwane dzięki połączeniom „jeden-wiele”. Operacją która jest w stanie do tego doprowadzić jest, jak sądzę, operacja *korelacji*, matematycznie opisywana całką $\int f(x')g(x'-x)dx'$, w ramach której sumowaniu podlegają *iloczynny skalarne* wektorów odpowiedniej przestrzeni (funkcji), przy czym jedna z funkcji jest przesunięta względem drugiej wzdłuż pewnego kierunku – na co wskazuje argument $(x'-x)$ - co właśnie

odpowiada częściowo nakładającym się polom recepcyjnym³⁵. Funkcja korelacji – wynik wskazanego całkowania - jest funkcją właśnie, a więc opisuje rozkład sygnałów elementarnych wzdłuż tego kierunku. Zakładając, że korelacja taka obliczana jest dla wszystkich kierunków – na co wskazuje istnienie w korze wzrokowej kolumn komórek wrażliwych na orientację bodźca wizualnego, przy czym każda kolumna wykazuje maksymalną wrażliwość na nieco inny kierunek, a ich zespół tworzący tzw. moduł korykalny pokrywa sobą cały zakres 180 stopni – uzyskalibyśmy informację o rozkładzie oświetlenia wewnątrz zagregowanego pola recepcyjnego takiego modułu³⁶.

Szczegółowa informacja o dziedzinie odwzorowania może się więc zawierać jedynie w stanie całej populacji neuronów. Taki jest zatem sens nakładania się pól recepcyjnych.

Elementami przestrzeni Hilberta (=sensorium) są zatem funkcje jednej zmiennej przestrzennej, przebiegającej pewną rozciągłość wzdłuż jakiegoś kierunku, przy parametrycznym ustaleniu drugiej, specyfikującej kierunek (np. kąt we współrzędnych biegunowych). Na każdą taką funkcję składają się stany neuronów położonych wzdłuż tego kierunku, z których każdy reprezentuje elementarną informację jakościową dotyczącą jakiegoś punktu – a nie całego swego pola recepcyjnego - na siatkówce. Korelując następnie ze sobą sygnały z pól recepcyjnych wzdłuż wszystkich kierunków i sumując uzyskane funkcje mnogościowo można w ten sposób uzyskać informację o rozkładzie pobudzenia w pewnym polu zagregowanym, obejmującym sobą iloczyn mnogościowy (część wspólną) nakładających się pól recepcyjnych³⁷.

*

Postulowany powyżej mechanizm stanowi pierwszy krok na drodze integracji, w wyniku której powstanie synformacja – integralnie traktowana kolekcja informacji elementarnych. Właśnie „krok ku integracji”, gdyż na omawianym etapie nie mamy jeszcze do czynienia z informacją strukturalną, lecz jedynie z przestrzennym zestawem – kolekcją - informacji jakościowych. Informacja wyższego rzędu wymaga integralnego, a więc całościowego traktowania, to zaś pojawi się dopiero w następnym kroku. Warunkiem jego jest według mnie istnienie połączeń typu „każdy z każdym” w pewnym ograniczonym obszarze kory, mianowicie w obrębie kolumny – każdy neuron postsynaptyczny uzyskuje wówczas informację o całej funkcji, tj. o stanie wszystkich neuronów presynaptycznych, kodujących cząstkową informację o tej funkcji.

Sądzę, że można to uzyskać pod dwoma warunkami:

1. Każda komórka gwiazdzista warstwy 4 ma połączenia aksonalne z wszystkimi neuronami warstwy 3 (w obrębie kolumny, oczywiście), w konsekwencji czego każdy neuron warstwy 3 będzie zasilany przez wszystkie komórki warstwy 4 (chodzi oczywiście o statystyczny rozkład połączeń). Oznacza to, że wejściem komórek warstwy 3 jest cały wektor przestrzeni Hilberta.

2. Dzięki postsynaptycznemu hamowaniu obocznemu przez interneurony, sąsiednie komórki warstwy 3 mają pola recepcyjne o różnej szerokości, co sprawiać będzie, że będą filtrami różnych częstości przestrzennych, tj. na ich wyjściach

³⁵ Operacja ta odbywa się na wejściu do kory wzrokowej, mianowicie w warstwie czwartej obszaru V1, a realizowana jest przez tzw. komórki gwiazdziste, mające bardzo rozgałęzione, a przy tym krótkie drzewko aksonalne, co właśnie predysponuje je do realizowania operacji korelacji.

³⁶ Pole zagregowane nie jest polem recepcyjnym żadnego konkretnego neuronu, lecz iloczynem mnogościowym pól zbioru neuronów należących do jakiegoś modułu korykalnego.

³⁷ W dalszych rozważaniach pola zagregowane zostaną utożsamione z tzw. obszarami Gaborowskimi.

aksonalnych występować będą jedynie składowe o częstościach przestrzennych reprezentujące wkład tych częstości w oświetlenie danego obszaru siatkówki.

Neurony spełniające rolę takich filtrów częstości przestrzennych, dzięki wzdlużnym połączeniom typu „każdy z każdym”, uzyskują takie same sygnały *pobudzające*, natomiast dzięki poprzecznym interneuronom *hamującym* przepuszczają tylko sygnały o pewnych częstościach przestrzennych, wyznaczonych przez geometrię swych pól recepcyjnych. Pola recepcyjne filtrów nie odzwierciedlają zatem punktowego rozkładu oświetlenia siatkówki, lecz służą analizie wektorów przestrzeni Hilberta, tj. ich rozkładowi na wektory baze.

Jakoż, drugim novum związanym z przestrzenią Hilberta jest istnienie w niej *bazy ortogonalnej* (a nawet ortonormalnej) wektorów, będących właśnie filtrami częstości przestrzennych. Spróbujmy to wyjaśnić.

*

Jeśli sensorium jest przestrzenią Hilberta, winno ono posiadać swą bazę, tj. każdy jego wektor winien dać się przedstawić jako kombinacja liniowa pewnych wektorów bazowych. Matematycznie wynika to wprawdzie wprost z definicji przestrzeni Hilberta jako przestrzeni liniowej, ale na poziomie „matematyki cerebralnej” nie jest to bynajmniej automatycznie gwarantowane i wymaga odrębnej, wspartej o dane empiryczne, argumentacji - jest to jedynie pewna możliwość, co do której nie wiadomo z góry, czy została w toku ewolucji zrealizowana. W tej sytuacji postulowanie istnienia wektorów bazowych sensorium jest jedynie wymagającą weryfikacji hipotezą.

Według tej hipotezy każdy „wejściowy” wektor sensorium – tj. funkcja zmiennej przestrzennej dla pewnego kierunku, ograniczona w swym przebiegu rozmiarem kolumny korowej, powstająca w jej warstwie czwartej - zostaje rozłożony na sumę pewnych elementarnych składowych³⁸. Składowe te to wektory własne odpowiednich endomorfizmów, tj. operacji liniowych (=operatorów) w przestrzeni Hilberta³⁹.

Z matematyki wiadomo (twierdzenie, *resp.* transformacja Fouriera), że każdą funkcję można przedstawić w postaci sumy bądź całki pewnych funkcji sinusoidalnych, których argumentem jest zmienna częstościowa⁴⁰. Dotyczy to jednak funkcji o nieskończonym przebiegu argumentu, w układzie wzrokowym mamy zaś do czynienia z funkcjami o przebiegu ograniczonym. W tej sytuacji funkcje sinusoidalne można

³⁸ Od dawna wiadomo, że coś odobnego zachodzi też w analizatorach słuchowych, rozkładających dźwięki na ich składowe harmoniczne (widmo częstości). Jest to zatem prawidłowość ogólniejsza, choć dla pozostałych modalności zmysłowych nie jest to już tak oczywiste.

³⁹ Skalar a jest wartością własną endomorfizmu f , jeśli istnieje taki wektor x , że $f(x)=ax$; wektory dla których to zachodzi są wektorami własnymi tego endomorfizmu, a zbiór wszystkich wartości własnych endomorfizmu nazywa się *widmem* tego endomorfizmu. Ponieważ każdy element x przestrzeni liniowej można przedstawić w postaci sumy $\sum a_i x_i$, zatem możemy powiedzieć, że wektory bazowe x_i stanowią wektory własne tego endomorfizmu.

⁴⁰ Transformację Fouriera można zatem traktować jako operację odwzorowującą przestrzeń sygnałów, będących w naszym przypadku funkcjami argumentów przestrzennych, w pewną przestrzeń funkcji zmiennej częstościowej (przestrzeń transformatu). Widmo Fourierowskie sygnału jest reprezentacją tego sygnału w dziedzinie częstości. Ponieważ na podstawie widma sygnał można odtworzyć w sposób jednoznaczny, więc widmo jest równoważnym alternatywnym sposobem przedstawienia sygnału. Innymi słowy, cała informacja o sygnale jest zawarta w (zakodowana) w dziedzinie częstości w jego widmie. Pozwała to też uniezależnić się od dokładnej lokalizacji przestrzennej generatorów sygnałów, a zatem nie narzuca wymogu zachowania precyzyjnej topografii połączeń, co z uwagi na ich statystyczny rozkład byłoby rzeczą nie do wykonania.

zastąpić tzw. funkcjami Gabora, będącymi iloczynem sinusoidy i funkcji Gaussa, gdyż dla nich również zachodzi twierdzenie analogiczne do twierdzenia Fouriera⁴¹.

Innymi słowy, każdą funkcję można przedstawić lokalnie jako sumę (szereg) pewnych funkcji Gaborowskich. Na gruncie teorii sygnałów wyrazy tego szeregu można zinterpretować jako filtry częstości (w przypadku układu wzrokowego będą to właśnie wspomniane wyżej częstości przestrzenne)⁴² o nieskończenie wąskim pasmie przenoszenia. Stany czynnościowe tych filtrów stanowiłyby wektory bazowe sensorium zinterpretowanego matematycznie jako przestrzeń Hilberta.

Ponieważ ilość komórek mogących być takimi filtrami jest ograniczona, w ramach „matematyki cerebralnej” w grę wchodzi jedynie pewna aproksymacja, związana np. z twierdzeniem o próbkowaniu. Innymi słowy, w przypadku ogólnym dowolny wektor sensorium może być jedynie w przybliżeniu równy kombinacji liniowej pewnych wektorów bazowych. Przybliżenie polegać może na tym, że mózg realizuje jedynie pewną skończoną ilość wyrazów tego szeregu, których pasmo przenoszenia jest w związku z tym odpowiednio szersze.

Pola recepcyjne komórek kory mają kształt wydłużony, co – wraz z ich selektywnością na orientację – dobrze predysponuje je do bycia takimi filtrami⁴³. Co więcej, doświadczalnie ustalono, że profile czynnościowe pól recepcyjnych komórek kory (tzw. prostych i złożonych) mają przebieg podobny do funkcji Gabora. Wskazuje to, że potraktowanie komórek kory wzrokowej jako filtrów częstości przestrzennych jest empirycznie wiarygodne – mogą one stanowić model filtrów Gaborowskich.

W ten sposób wyjściowa funkcja – element przestrzeni Hilberta - reprezentująca rozkład oświetlenia siatkówki wzdłuż pewnego kierunku, a ograniczona w swym przebiegu do szerokości kolumny kory, zostaje przedstawiona w postaci swego widma, zawierającego superpozycję skończonej ilości funkcji elementarnych – wektorów bazowych przestrzeni Hilberta. Dotyczy to pewnych ograniczonych obszarów („Gaborowskich”; w roli tej wyępują według mnie zagregowane pola recepcyjne modułów korykalnych), które w następnym kroku trzeba zsumować⁴⁴.

*

Jedno z podstawowych twierdzeń analizy funkcjonalnej – tzw. *twierdzenie spektralne* – mówi, że każdy operator samosprężony w przestrzeni Hilberta posiada zupełny, ortogonalny zbiór wektorów własnych⁴⁵. Jeśli zatem endomorfizm realizujący transformację Gaborowską jest operatorem samosprężonym - w co nie będę wchodził,

⁴¹ „Sztuczka” polega na tym, że funkcje Gabora zerują się poza pewnym obszarem, co odpowiada skończonym rozmiarom bodźców wizualnych.

⁴² Częstość przestrzenna to ilość cykli „jasne-ciemne” przypadających na ustaloną jednostkę odległości. Wielkość ta zależy od wielkości pola recepcyjnego komórki – im pole mniejsze, tym na wyższe częstości przestrzenne reaguje ona w sposób optymalny. Należałoby zatem przyjąć, że komórki w ramach (hiper)kolumny mają zróżnicowaną wielkość swych pól recepcyjnych, dzięki czemu mogą one spełniać rolę filtrów częstości przestrzennych.

⁴³ Kształt swych pól recepcyjnych zawdzięczają one hamującemu wpływowi interneuronów. To, że właściwości filtracyjne komórek kory zależą od hamujących połączeń interneuronalnych, a nie od topografii wcześniejszych połączeń, widać po tym, że ich selektywność znika, gdy wyłączy się z gry interneurony, np. blokując chemicznie wydzielanie ich neuroprzekaźnika (GABA).

⁴⁴ Wydaje się, że transformaty o większej skali integracji niż moduł korykalny nie są możliwe, bo wymagałoby to połączeń każdy z każdym dla dużych obszarów, co wydaje się nierealistyczne. Zresztą, nie jest to potrzebne, gdyż dzięki liniowości transformata sumy funkcji jest równa sumie ich transformat.

⁴⁵ Na marginesie: twierdzenie to jest matematyczną podstawą mechaniki kwantowej.

gdyż wymagałoby to bardziej zaawansowanych rozważań matematycznych – to również baza sensorium winna być bazą ortogonalną, co znakomicie upraszczałoby komputacje, gdyż większość iloczynów skalarnych wówczas się zeruje⁴⁶. Na przykład iloczyn skalarny dwu wektorów x i y należących do dwu sąsiednich kolumn byłby wówczas równy $\sum x_i y_i$, a więc wymagałoby to hamowania presynaptycznego jedynie między takimi samymi wektorami bazowymi sąsiednich kolumn, to jest między filtrami o takiej samej częstotliwości przestrzennej.

Uogólniając: warunkiem ortogonalności bazy sensorium, będącej przestrzenią Hilberta, byłoby, aby nie istniały połączenia poprzeczne pomiędzy filtrami o *różnych* częstotliwościach własnych. Wówczas połączenia międzykolumnowe ograniczone byłyby do połączeń pomiędzy filtrami o takiej samej częstotliwości, co mogłoby stanowić podstawę istnienia tzw. *kanalów* częstotliwości przestrzennych, postulowanych przez część badaczy układu wzrokowego⁴⁷. Reprezentacje zawierające jedynie niskie częstotliwości przestrzenne pozwalałyby np. na identyfikację *typu* reprezentowanego obiektu. Rzeczą empirii jest zweryfikowanie, czy tak faktycznie jest.

Niezależnie od tego, podstawowy mechanizm komputacyjny w obrębie V1 jest według mnie następujący. Najpierw – jak już wspominałem - w każdej kolumnie kierunkowej uzyskuje się funkcję będącą gradientem oświetlenia siatkówki wzdłuż pewnego kierunku. Następnie funkcja ta jest poddawana transformacji Gabora, tj. rozkładowi na wektory bazowe; ich anatomiczną podstawę stanowią tzw. komórki proste i złożone warstwy 3.

Wszystkie dalsze operacje korowe odbywają się według mnie na transformatach Fourierowskich (Gaborowskich) sygnałów, to jest na wektorach bazowych sensorium.

*

Założenie istnienia wektorów bazowych, tj. - z funkcjonalnego punktu widzenia – neuronów będących filtrami częstotliwości przestrzennych, pozwala w szczególności zrozumieć, w jaki sposób układ wzrokowy realizuje operację o kluczowym znaczeniu dla dalszych stadiów kognitywnego funkcjonowania mózgu, mianowicie wyodrębnienie reprezentacji konkretnego obiektu znajdującego się w polu widzenia z szerszego tła, jej „wycięcie” ze strumienia informacji - w polu widzenia znajduje się wszak najczęściej wiele obiektów. Jest to niezbędne dla identyfikacji obiektu, dla dokonania jego oceny popędowej, dla możliwości skupienia uwagi na czymś, dla zapamiętania wreszcie. Dla danej modalności zmysłowej i danej chwili takie wyodrębnienie jest możliwe tylko dla jednego obiektu. Musi zatem istnieć jakieś proste kryterium rozstrzygające, który obiekt zostanie wyodrębniony.

Sądzę, że w przypadku wizualnym takim naturalnym kandydatem jest obiekt na którym zafiksowany jest wzrok, to jest obiekt znajdujący się w centrum pola widzenia. Dlatego też sądzę, że w odniesieniu do informacji wizualnej operacja wyodrębnienia odbywa się w obszarze inferotemporalnym płata skroniowego kory, stwierdzono bowiem empirycznie, że pola recepcyjne wszystkich neuronów tego ośrodka, mającego połączenia aferentne z korą wzrokową, obejmują centrum pola widzenia.

Jeśli sygnał docierający do obszaru inferotemporalnego jest transformatą fourierowską, to łatwo na niej dokonać operacji filtrowania. Usunięcie z widma najwyższych częstotliwości (odpowiadających drobnym szczegółom w centrum pola widzenia) sprawiłoby, że w takim zredukowanym obrazie ostałyby się jedynie duże różnice czy też kontrasty, rejestrowane przez filtry nastawione na niższe częstotliwości.

⁴⁶ Dwa wektory są ortogonalne, jeśli ich iloczyn skalarny jest równy zeru. Układ wektorów jest ortogonalny, jeśli jego wektory są parami ortogonalne.

⁴⁷ Zob. np. R. De Valois, K. De Valois: *Spatial Vision*, Oxford University Press, New York 1988.

Największe kontrasty występują najczęściej na granicy obiekt – tło. Operacja ta pozwoliłaby zatem na wyodrębnienie obiektu z tła. Z kolei usunięcie z widma częstości najniższych, pozwoliłoby na wyeliminowanie informacji o tle, które – jako odwzorowywane mniej dokładnie niż obiekt na którym zafiksowany jest wzrok – daje przyczynek do widma głównie w paśmie niskich częstości. Jeśli zatem założyć, że w obszarze inferotemporalnym znajdują się filtry odcinające zarówno najwyższe, jak i najniższe częstości przestrzenne, to na wyjściu z tego obszaru uzyskalibyśmy reprezentację samego obiektu. Tak wyodrębniona reprezentacja może być następnie zapamiętana, porównywana oraz kojarzona z innymi. A na tym właśnie, jak się wydaje, polegają operacje poznawcze na poziomie zmysłowym.